

つながる！高まる！高知の未来を創る 数学授業づくり講座

単元の提案 第3学年「平方根」

本時の提案 【授業提案】平方根の利用

高知市立三里中学校 数学科

高知の授業の未来を創る推進プロジェクトにおける「算数科・数学科授業づくり講座」は、学習指導要領が目指す授業づくりを推進するとともに、日常的に授業研究に取り組み風土づくりを行い、自ら学びともに高め合う教員の育成と教科指導力の向上に向けて、教材研究会と授業研究会をセットにして実施しています。本年度は三里中学校を拠点校として実施しておりますが、新型コロナウイルス感染症拡大防止の観点から、授業研究会については、校外から参加していただいた学び合うことはできませんでした。今回は、5月18日実施の「教材研究会」及び6月24日実施の「提案授業」の様子を紹介します。

単元の主眼

本単元では、具体的な事象の問題解決の場面を通して、既習の有理数では表現できない状況から、数の範囲を無理数にまで拡張する。新しい数として平方根を導入することで、これまで扱うことができなかった量を考察の対象とすることを通して正の数の平方根の必要性と意味を理解できるようにする。その際、有理数や無理数という新たな観点で数を分類することができるようになることや、電卓などを用いて正の数の平方根の近似値を探し続ける方法を体験することを、正の数の平方根の理解を深めるうえで大切にしていきたい。

正の数の平方根を含む簡単な式の計算については、既習の数や文字式の計算の方法と関連付けて計算の方法を考察し、見だすことができるようにするとともに、具体的な場面で平方根を用いて表したり処理したりすることを通して、それを具体的な場面で活用することができるようにする。

学びに向かう力、人間性等においては、これまで行ってきた課題に対する考察の方法を活用し、よりよく問題解決しようとするなど、生徒が自ら資質・能力の高まりを実感できるようにしたい。

提案の主旨

単元の提案



【宮脇教諭】



【小野教諭】

単元の構成

数直線と面積図でつなぐ単元

数直線と近似値を常に意識させながら、根号のついた数の正体を分析する。計算の方法を考察し表現する場面では、面積図を用いて四則計算の可能性を考察することで、根号のついた数が、既習の「数」の中にある新たな仲間として認めようとする(統合する)過程を重視する。

単元のゴールを目指す子供の姿

条件が変わっても、平方根の考え方をさえすれば、どんな倍率の面積の円や正方形でもかくことができるようになった。

長さの表し方の幅が大きく広がったことや汎用性のある知識・技能の獲得を実感する

単元の主眼

数直線と面積図でつなぐ単元

数直線と近似値を常に意識させながら、根号のついた数の正体を分析する。計算の方法を考察し表現する場面では、面積図を用いて四則計算の可能性を考察することで、根号のついた数が、既習の「数」の中にある新たな仲間として認めようとする(統合する)過程を重視する。

電卓や数直線を使って、近似値を意識することで、根号のついた数の意味や性質についての理解を深める。

既習とのつながり	第1単元：平方根の量感と性質	第2単元：根号を含む式の計算	第3単元：近似値と有効数字	今後の学びとのつながり
【小学算数教科書】 比較の小さい自然数から大きい自然数、小数や分数と、ともに数の範囲を拡張し、より範囲や四則計算の決定策・計算方法について学習している。	【平方根の面積図】 正方形の面積と1辺の長さの関係から、平方根の面積図を用いて面積と長さの関係を考察する。	【根号を含む式の計算】 根号を分けたままの式で計算する。面積図を用いて根号を含む式の計算方法を考察する。	【近似値と有効数字】 目的の値と1辺の長さの関係から、面積図を用いて面積と長さの関係を考察する。	【中学算数】 二次方程式 $ax^2 = c$ の解や平方根を用いた計算方法を考察する。
【中学算数】 数の範囲の拡張に伴って、正の数の平方根の存在を認識し、数の性質や四則計算について学習している。	【平方根の面積図】 面積が1, 2, 3, 4, 5, 6になる正方形を調べ、長さ比べることから平方根の必要性と意味・性質を理解している。	【根号を含む式の計算】 根号を含む式の計算方法を考察する。面積図を用いて根号を含む式の計算方法を考察する。	【近似値と有効数字】 目的の値と1辺の長さの関係から、面積図を用いて面積と長さの関係を考察する。	【中学算数】 二次方程式 $ax^2 = c$ の解や平方根を用いた計算方法を考察する。
【中学算数】 数の範囲の拡張に伴って、正の数の平方根の存在を認識し、数の性質や四則計算について学習している。	【平方根の面積図】 面積が1, 2, 3, 4, 5, 6になる正方形を調べ、長さ比べることから平方根の必要性と意味・性質を理解している。	【根号を含む式の計算】 根号を含む式の計算方法を考察する。面積図を用いて根号を含む式の計算方法を考察する。	【近似値と有効数字】 目的の値と1辺の長さの関係から、面積図を用いて面積と長さの関係を考察する。	【中学算数】 二次方程式 $ax^2 = c$ の解や平方根を用いた計算方法を考察する。

※ 1つ1つの授業を単発で考えるのではなく、まずは単元全体の構成や方向性を考える。そのためには…
① これまでの単元や領域の系統性を理解する。 ② 単元の課題を分析する。 ③ 単元のゴールで目指す子供の姿を設定する。

授業実践例 小単元1

数直線と面積図を意図的に示しながら、平方根の必要性と意味の理解

平方根 導入

正方形の面積と1辺の長さに着目。

電卓を使ってより正確な近似値を求める。

平方根の大小

正方形の面積と1辺の長さに着目。(面積が大きい方が1辺の長さも長い。)

面積図で可視化!

生徒全員に配布。「ルート定規」

面積図を意識的に提示しながら、根号をふくむ式の計算方法を考察し、表現する。既習の計算の方法と関連付けて、数の平方根を含む式の計算の方法を考察し表現する。内容項目 イ(2)ア

根号を含む数の乗法

Q 次の長方形の面積は？

式) $\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{36}$
 $\sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{3 \times 3} = 6$
 $(\sqrt{2} \times \sqrt{3})^2 = 6$

point

・計算ができる前提で授業を進めるのではなく、「計算できるかどうか」を考察させる。
 ・最初に、整数に変形できる「特殊」から、変形できない「一般」の順番で考察を進める。

四則計算の方法の考察では…
 「次の授業では除法かな」, 「さらにその次は加法の計算方法を考えるのかな」など、教師が課題を出さなくても、子供たち自らが課題を見つけ、単元を切り開いていく姿も期待したい。

\sqrt{a} への変形

上の長方形の面積は $\sqrt{45}$ より大きい？

大小関係を比較させることで \sqrt{a} の形に変形させる必要性に気づく。
 ⇒変形すると大小関係を比較しやすい！

$\sqrt{4} \times \sqrt{9}$ の計算結果が $\sqrt{36}$ になりそうという予想は、それぞれの数を整数に変形することで確かめることができた！

では、変形できない場合の計算はどうやって確かめようか？

$a\sqrt{b}$ への変形

Q 次の長方形の面積を3つの式で表わす。

式) $\sqrt{4} \times \sqrt{6}$ (2x3)
 $\sqrt{3} \times \sqrt{8}$ (2x2)
 $\sqrt{2} \times \sqrt{12}$ (1x24)
 $\sqrt{24} \times 1$ (1x24)

縦と横の長さを求めさせることで、24を分解することに着目する。
 ⇒ $2\sqrt{6}$ に変形できることに気づく。

point

・さらに、近似値を求めることで変形させることよさに気づく
 ⇒変形すると近似値が求めやすい！

分母の有理化

Q1 この長方形の横の長さは？

Q2 $\frac{4}{\sqrt{2}}$ はどれくらい大きい？

近似値を求めることで、分母に根号のついた数があることの不便さに気づき、有理化の必要性を理解する。
 ⇒有理化をすると近似値が求めやすくなる！

分子と分母に同じ数(約分して整数)をかけて、大きさは変わらないという分数の性質を活用!!

今回新しく追加された「平方根の活用」についての提案授業。数学的活動を意識した授業が展開されました。

本時…パスタメジャーへの活用

A 問題を見い出す

2人前のパスタメジャーを作るといふ日常事象から、円に着目して考察を始めることで、事象を数学化する

B 問題解決に向けた見通しをたてる

★方針を評価・改善する
 円の面積を2倍にするために直径や半径の長さに着目し、考察する

★問題を焦点化する
 半径×半径=2となるような半径を求めればよいという見通しをもつ

C 数学的に表現・処理する

図や式を用いて、円の面積と半径の関係に着目し、課題を解決する

ゴール

D 解決過程を振り返り、得られた結果の意味を考察する

★得られた結果から、より発展的に考える
 人数や図形が変わっても汎用的に考えることができそうだという見通しをもつ

★学びを自覚する
 学習過程を振り返り、新たに何ができたようになったかを自覚する

板書

Q 2人前の1人分はどれくらい大きい？

円(半径)の面積を2倍にするには、半径を2倍にすれば面積が2倍になると予想したが、実際試してみるとそうではなかった…

Q2 2人前は $2\pi \text{ cm}^2$ 、半径は？

問いの焦点化
 面積が 2π になるときの半径の長さは？

半径を2倍にすれば面積が2倍になると予想したが、実際試してみるとそうではなかった…

子供自らが思考の立て直しを図る。

$\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \pi = 2\pi$

問い
 なぜ半径が $\sqrt{2}$ なのですか？

Q: なぜいきなり $\sqrt{2}$ になりそうと予想できたのですか？

平方根の考え方をつかるとどんな大きさの面積でも半径の大きさを求めることができる。

平方根の考え方を使ったことを自覚させることが、まために生きてくる。

生徒の記述より

$\sqrt{2}$ とは2乗したら2になる数のこと。面積が $2\pi \text{ cm}^2$ の円を作るには、
 (半径) $^2 \times \pi$ の公式の半径に2乗して2になる数を当てはめなければならないので、 $\sqrt{2}$ になると思う。

円の半径が自然数のとき、面積が $2\pi \text{ cm}^2$ になることはないけど、 $\sqrt{\quad}$ を使うと、 $\sqrt{\quad}$ の特徴である、同じ数の $\sqrt{\quad}$ どうしをかけ合わせると、その $\sqrt{\quad}$ の中の数が答えになるため、今回の2人分の面積の半径は $\sqrt{2}$ となると思う。